

Conform
modelelor
stabilite
de MEC

BAC 2021

MATEMATICĂ M1

Coordonator Radu Gologan

Mihaela Berindeanu

Nicoleta Agenna Ionescu Mazilu

Ovidiu Şontea

Gabriel Vrînceanu

Cuprins

Cuvânt-înainte	3
-----------------------------	---

PARTEA I

Teste de SIMULARE BAC pentru clasa a XI-a	7
--	---

Test 1 – Test 8

Teste de SIMULARE BAC pentru clasa a XII-a	19
---	----

Test 1 – Test 3

PARTEA A II-A

Teste BAC de tip A (teste de inițiere)	25
---	----

Test 1 – Test 17

Teste BAC de tip B (teste de aprofundare)	49
--	----

Test 1 – Test 17

Teste BAC de tip C (teste pentru nota 10)	72
--	----

Test 1 – Test 14

PARTEA A III-A

Rezolvări și bareme de corectare

Teste de SIMULARE BAC pentru clasa a XI-a	95
---	----

Teste de SIMULARE BAC pentru clasa a XII-a	115
--	-----

Teste BAC de tip A (teste de inițiere)	123
--	-----

Teste BAC de tip B (teste de aprofundare)	162
---	-----

Teste BAC de tip C (teste pentru nota 10)	200
---	-----

EXAMENUL DE BACALAUREAT

**Teste de simulare BAC
pentru clasa a XI-a**

**Teste de simulare BAC
pentru clasa a XII-a**

] *Egalitatea nu există
decât în matematică.*

MIHAI EMINESCU

Teste de SIMULARE BAC pentru clasa a XI-a

Se acordă 10 puncte din oficiu

Test 1

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p 1. Calculați partea reală a numărului complex $\frac{3+i}{3-i}$.
- 5p 2. Soluțiile ecuației $x^2 - (2m + 1)x + 3m + 5 = 0$ sunt x_1 și x_2 , iar m este un număr real. Arătați că $3(x_1 + x_2) - 2x_1x_2 + 7 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 4x + \log_2 x = 4$.
- 5p 4. Determinați câte numere pare de 3 cifre se pot forma folosind elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră vectorii $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$ și $\overrightarrow{AC} = (m + 2)\vec{i} + (4m - 1)\vec{j}$, unde m este un număr real. Determinați numărul real m astfel încât $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$.
- 5p 6. Știind că $\operatorname{tg} a = \frac{2}{3}$, arătați că $\frac{3 \sin a + \cos a}{3 \sin a - \cos a} = 3$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x, y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & 3 \\ x^3 & y^3 & 27 \end{vmatrix}$, unde x, y sunt numere reale.
- 5p a) Arătați că $D(0, 1) = 24$.
- 5p b) Arătați că $D(x, y) = (y - x)(3 - x)(3 - y)(x + y + 3)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Demonstrați că numărul $D(x, y)$ este divizibil cu 6 pentru orice numere întregi x, y .
2. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Calculați $A(2) - A(1)$.
- 5p b) Arătați că $A(a)A(b) = A(a + b + 2ab)$, pentru orice numere reale a, b .
- 5p c) Determinați numerele naturale pentru care $A(a)A(a + 5) = A(18a + 1)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$ și, respectiv, șirul de numere reale $(x_n)_{n \geq 1}$, având termenul general $x_n = f(n)$.

5p a) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .

5p b) Demonstrați că șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ este crescător.

5p c) Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 + 1) \ln \frac{x_n}{x_{n+1}}$.

2. Se consideră funcția:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x + a, & \text{pentru } x \leq 2 \\ x^2 + (a^2 - a)x, & \text{pentru } x > 2 \end{cases}, \text{ unde } a \text{ este un număr real.}$$

5p a) Determinați numerele reale a pentru care funcția f este continuă în $x = 2$.

5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{f(x)}}{x}$.

5p c) Pentru $a = 2$, arătați că ecuația $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ are cel puțin o soluție în intervalul $(-1, 0)$.

Test 2**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

5p 1. Calculați $\left| 6 \log_3 \sqrt[3]{243} - 4 \sqrt[4]{16} \right|$.

5p 2. Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 7x + 3$, $g(x) = -2x - 3$. Aflați punctele de intersecție ale graficelor celor două funcții.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(5^x - 5) \left(2^x - \frac{1}{2} \right) = 0$.

5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să conțină cel puțin un număr impar.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, 3)$, $B(6, -3)$, $C(-2, 5)$. Determinați ecuația medianeî triunghiului ABC dusă din A .

5p 6. Arătați că $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie permutarea $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in S_4$

5p a) Calculați σ^{-1} (permutarea inversă permutării σ).

5p b) Arătați că permutarea σ este impară.

5p c) Dacă $\omega = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, rezolvați în S_4 ecuația $\sigma x = \omega$.

2. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $M = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid AX = XA\}$.

5p a) Arătați că $A, I_2 \in M$.

5p b) Arătați că, dacă $X \in M$, atunci există numerele reale a și b astfel încât

$$X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}.$$

5p c) Arătați că, dacă $X, Y \in M$, atunci $XY \in M$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3 + x - 2}{x^2 + 3}$.

5p a) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2^x + 3x + m, & \text{pentru } x \leq 0 \\ \frac{\sin 4x}{2x}, & \text{pentru } x > 0 \end{cases}$,

unde $m \in \mathbb{R}$.

5p a) Arătați că $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = 2$.

5p b) Determinați numărul real m pentru care funcția f este continuă în $x = 0$.

5p c) Pentru $m = 1$ arătați că ecuația $f(x) = 0$ admite o rădăcină negativă, care nu aparține mulțimii numerelor întregi.

EXAMENUL DE BACALAUREAT

Teste BAC de tip A
(teste de inițiere)

Teste BAC de tip B
(teste de aprofundare)

Teste BAC de tip C
(teste pentru nota 10)

J *Lumea este condusă
de numere*

PITAGORA

Teste BAC de tip A (teste de inițiere)

Se acordă 10 puncte din oficiu

TEST 1

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p 1. Calculați $\left[\frac{2}{3\sqrt{2}-4} \right]$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$. Calculați valoarea sumei $S = f(1) + f(2) + \dots + f(20)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x + 2\log_4 x + 3\log_8 x = 12$.
- 5p 4. Determinați numărul funcțiilor $f: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{2, 3, 4, 5, 6\}$ cu proprietatea că $f(0)$ este număr par.
- 5p 5. Fie dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 5$, $AC = 13$. Calculați $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- 5p 6. Calculați valoarea sumei $\cos 105^\circ + \sin 15^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x - ay + z = 1 \\ 3x + y - 2z = b \end{cases}, \text{ unde } a, b \in \mathbb{R}.$$
- 5p a) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul să admită soluția $x_0 = 2, y_0 = 2, z_0 = 1$.
- 5p b) Determinați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul să fie compatibil determinat.
- 5p c) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul să fie compatibil nedeterminat.
2. Se consideră polinomul $f = X^4 - 4X^3 + 12X^2 - 16X + 15 \in \mathbb{R}[X]$.
- 5p a) Calculați restul și câtul împărțirii polinomului la $X^2 - 2X + 3$.
- 5p b) Arătați că polinomul nu are nicio rădăcină reală.
- 5p c) Calculați suma modulelor rădăcinilor polinomului.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{e^x}{x-1}$.

5p a) Verificați dacă $f'(x) = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$, pentru orice $x > 1$.

5p b) Calculați $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$.

5p c) Arătați că $e^{x^2-2} \geq x^2 - 1$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$.

2. Pentru fiecare număr natural n , se consideră numărul $I_n = \int_3^4 \frac{x^n}{x^2+16} dx$.

5p a) Arătați că $I_1 = \ln \frac{4\sqrt{2}}{5}$.

5p b) Determinați I_2 .

5p c) Demonstrați că $I_{n+2} + 16I_n = \frac{4^{n+1} - 3^{n+1}}{n+1}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

TEST 2**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

5p 1. Fie progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu rația $r = 3$ și $a_5 + a_9 = 38$. Aflați termenul a_1 .

5p 2. Arătați că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + x + 2 \sin x$ este impară.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+3} + \sqrt{x} = 3$.

5p 4. Determinați numărul funcțiilor $f: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 4, 5, 6\}$ cu proprietatea $f(2) + f(3) = 7$.

5p 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $M(3, 5)$, $A(2, 7)$ și $B(5, 3)$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$.

5p 6. Arătați că $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin^2 x - \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 3x-1 & 0 & x \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ x & 0 & 3x-1 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$.

- 5p a) Demonstrați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x) + A(1-x) = 2A\left(\frac{1}{2}\right)$.
- 5p c) Determinați numărul real x astfel încât matricea $A(x)$ să fie inversabilă.
2. Fie $a \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^3 - 3X^2 + 3X + a$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .
- 5p a) Pentru $a = 4$, arătați că restul împărțirii polinomului f la $X - 2$ este 6.
- 5p b) Calculați $(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + (x_2 - x_3)^2$.
- 5p c) Determinați numărul real a astfel încât toate rădăcinile polinomului f să fie numere reale.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - \sqrt{x^2 + 2x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x} - x - 1}{\sqrt{x^2 + 2x}}, \forall x \in (0, \infty)$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- 5p c) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
2. Se consideră funcțiile $F, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = (x + 5)e^x$ și $f(x) = (x + 6)e^x$.
- 5p a) Verificați dacă F este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Calculați $\int_0^1 \frac{F(x) - f(x)}{e^x + 2} dx$.
- 5p c) Calculați $\int_1^e [f(\ln x) - 6x] dx$.

TEST 3

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p 1. Calculați suma $S = 3 + 8 + 13 + \dots + 248$.
- 5p 2. Se consideră ecuația $x^2 - (2m + 1)x + 3m + 2 = 0$, cu rădăcinile x_1, x_2 .
Determinați numărul real m astfel încât $5(x_1 + x_2) = 3x_1x_2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\log_2[\log_3(x + 2)] < 1$.

Teste BAC de tip B (teste de aprofundare)

Se acordă 10 puncte din oficiu

TEST 1

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p 1. Dacă $z \in \mathbb{C}$ și $4z + 3\bar{z} = 28 + 3i$, calculați $|z|$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție dintre dreapta $y = 3x + 2$ și parabola $y = x^2 + 7x + 5$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+3} + 2^{3-x} = 20$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând aleatoriu un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$, acesta să fie multiplu de 2 sau de 3.
- 5p 5. Dacă ecuațiile dreptelor d_1 și d_2 sunt $mx + 4y - 5 = 0$, respectiv $x - 8y + 13 = 0$, determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât dreptele să fie paralele.
- 5p 6. Știind că $\text{ctg } a = 4$ și $\text{ctg } b = 5$, calculați $\text{tg}(a + b)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare cu coeficienți reali:

$$\begin{cases} x - y + mz = m + 2 \\ mx + y - mz = m + 3. \\ 2x + my + z = 5 \end{cases}$$

- 5p a) Calculați determinantul matricei A a sistemului.
- 5p b) Arătați că, $\forall m \in \mathbb{R}$, $\text{rang } A \geq 2$.
- 5p c) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul este incompatibil.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - mX + 2$, $m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2 și x_3 .
- 5p a) Determinați valoarea lui m astfel încât f să se dividă cu $X - 1$.
- 5p b) Determinați valoarea lui m astfel încât produsul a două dintre rădăcinile polinomului să fie 2.
- 5p c) Arătați că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 3x_1x_2x_3 + 12 = 0$ pentru orice valoare a parametrului real m .

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-\infty, -2] \cup (3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-3}}$.

5p a) Calculați $f'(x)$.

5p b) Calculați ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă $x = 7$ situat pe graficul funcției f .

5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)^{4x+200}$.

2. Fie șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $I_n = \int_1^e (x+1) \ln^n x \, dx$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

5p a) Arătați că $I_1 = \frac{e^2 + 5}{4}$.

5p b) Arătați că șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este monoton.

5p c) Arătați că șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este mărginit.

TEST 2**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

5p 1. Ordonăți crescător numerele $\sqrt{2}$, $\log_5 4$, $\sqrt[4]{3}$.

5p 2. Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât parabola asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (2m+1)x + 9$ să fie tangentă la axa Ox .

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x+2) + \lg(5-2x) = 1$.

5p 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Aflați care este probabilitatea ca, alegând o pereche (a, b) din mulțimea $A \times A$, să fie adevărată relația $a + b \leq 4$.

5p 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(4, 2)$, $B(-1, 3)$ și $C(2, -1)$. Calculați lungimea înălțimii din A a ΔABC .

5p 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris ΔABC , știind că $AB = 13$, $AC = 14$, $BC = 15$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} x & x+2 & x+4 \\ y & y+2 & y+4 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$, cu $x, y \in \mathbb{R}$.